

*О. С. Седова, Ю. Г. Пронина*

## О ВЫБОРЕ ЭКВИВАЛЕНТНОГО НАПРЯЖЕНИЯ В ЗАДАЧАХ О МЕХАНОХИМИЧЕСКОЙ КОРРОЗИИ СФЕРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ<sup>1</sup>

Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация,  
199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Данная работа посвящена сравнению двух моделей двустороннего механохимического износа толстостенных сферических элементов, находящихся под действием внешнего и внутреннего давления. Скорости коррозии предполагаются линейно зависимыми от эквивалентного напряжения на соответствующей поверхности. Учитывается возможное затухание процесса «растворения» металла. Одна из моделей в качестве эквивалентного напряжения использует интенсивность напряжений, другая — максимальное нормальное напряжение. Изучена чувствительность каждой из моделей к изменению гидростатического давления. Показано, что первая модель не учитывает влияние гидростатической составляющей на прогнозируемую долговечность сферы. Вторая, напротив, отражает этот фактор влияния, причем повышение гидростатического давления может привести как к увеличению, так и к уменьшению долговечности изделия на десятки процентов — в зависимости от знака разности внутреннего и внешнего давления. Обнаружено, что при ненулевом показателе затухания коррозии разница в результатах, прогнозируемых согласно указанным моделям, может достигать сотен процентов. Обоснована целесообразность использования максимального нормального напряжения в качестве эквивалентного при расчете долговечности сосудов высокого давления с учетом коррозионного воздействия рабочих сред. Библиогр. 30 назв. Ил. 3.

*Ключевые слова:* механохимическая коррозия, общая коррозия, сосуды высокого давления, толстостенная сфера, гидростатическое давление.

*O. S. Sedova, Yu. G. Pronina*

## ON THE CHOICE OF EQUIVALENT STRESS FOR THE PROBLEM OF MECHANOCHEMICAL CORROSION OF SPHERICAL MEMBERS

St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab.,  
St. Petersburg, 199034, Russian Federation

This paper compares two models of double-sided mechanochemical wear of thick spherical members subjected to inner and outer pressure. The corrosion rates on the inner and outer surfaces of the sphere are supposed to be linear functions of the corresponding equivalent stress. The possible inhibition of the corrosion process is taken into account. One of the models compared uses the von Mises stress as the equivalent stress while another model uses the maximum principal stress as the equivalent stress. The effect of hydrostatic pressure on the durability of the sphere is investigated. It is shown that, unlike the first model, the second one reflects the effect of hydrostatic pressure. Within the model using the maximum principal stress, the durability may be considerably smaller or larger, depending on the sign of the difference

---

*Седова Ольга Сергеевна* — аспирант; o.s.sedova@spbu.ru

*Пронина Юлия Григорьевна* — доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой; y.pronina@spbu.ru

*Sedova Olga Sergeevna* — post-graduate student; o.s.sedova@spbu.ru

*Pronina Yulia Grigorevna* — doctor of physical and mathematical sciences, professor, department chair; y.pronina@spbu.ru

<sup>1</sup> Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 16-08-00890).

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2016

between the inner and outer pressure. It is demonstrated that when the inhibition constant is not equal to zero, the difference between the durability calculated by the use of one model and the durability calculated by the use of another may reach hundreds percent. It is shown that for high-pressure vessels in the conditions of corrosion the maximum principal stress model is more appropriate than the von Mises stress model. Refs 30. Figs 3.

*Keywords:* mechanochemical corrosion, general corrosion, high-pressure vessels, thick-walled sphere, hydrostatic pressure.

**1. Введение.** Термин «механохимическая коррозия» был введен Э. Гутманом по отношению к общей (сплошной) коррозии, скорость которой возрастает с увеличением механических напряжений в рассматриваемом теле [1]. Было предложено несколько моделей кинетики механохимического износа, в которых скорость проникновения коррозии и механические напряжения связаны между собой экспоненциальной, линейной, квадратичной и кубической зависимостями [1–8]. Наибольшее распространение в инженерных расчетах получила линейная зависимость. Причем не столько из-за кажущейся простоты (на самом деле решать дифференциальные уравнения с экспонентой легче), сколько из-за наилучшего соответствия экспериментальным данным [3, 4]. В некоторых случаях влияние агрессивной среды моделируется введением в общую систему уравнений уравнения диффузии, коэффициент которой также может быть линейной функцией от напряжений [9]. Все подобные задачи являются связанными, поскольку скорости «растворения» материала и величины механических напряжений оказываются взаимозависимыми, и поэтому большинство их решается численно. Тем не менее, начиная с [2], был получен ряд аналитических решений для механохимической коррозии, скорость которой непосредственно выражается через один изменяющийся во времени параметр, например толщину оболочки или среднее напряжение (см. обзоры [4, 7]). Относительно недавно был разработан метод решения задач о двусторонней коррозии сферических и цилиндрических элементов, скорости которой на внешней и внутренней поверхностях зависят от двух переменных параметров и, более того, затухают со временем [10–13]. При усложнении геометрии деталей или условий приложения нагрузок необходимо применять численные методы [14, 15].

Представленная работа посвящена исследованию двустороннего механохимического износа сферических элементов при условии линейной зависимости скоростей коррозии от эквивалентного напряжения на соответствующей поверхности с возможным затуханием процесса «растворения» металла. Вообще в качестве эквивалентного напряжения могут быть выбраны различные инварианты тензора напряжений: максимальное нормальное или касательное напряжение, интенсивность напряжений, среднее напряжение и др. Наиболее распространено и обосновано использование максимального нормального напряжения и интенсивности напряжений [2–4]. Эти характеристики и были приняты как эквивалентное напряжение при моделировании двусторонней коррозии сферических элементов в работах [11, 13, 16]. Неоднократно отмечалось, что при оценке коррозионных повреждений обязательно следует учитывать влияние гидростатического давления на скорость химических реакций, которое осуществляется посредством изменения напряженного состояния тела (например, [17]). Возникают закономерные вопросы: насколько чувствительны модели, применяемые в работах [11, 13, 16], к изменению гидростатического давления, и какой из инвариантов напряжений целесообразнее использовать в тех или иных условиях. Также полезно изучить и сам эффект гидростатического давления при оценке долговечности изделий, работающих в условиях механохимической коррозии. Этим вопросам и посвящена данная статья.

**2. Постановка задачи.** Рассмотрим линейно-упругую толстостенную сферу под действием внутреннего  $p_r$  и внешнего  $p_R$  давления агрессивных сред. Материал сферы равномерно корродирует по внутренней и внешней поверхностям со скоростями проникновения  $v_r$  и  $v_R$  соответственно. Коррозионный процесс приводит к изменению размеров оболочки: с течением времени ее внутренний радиус  $r$  постепенно увеличивается, а внешний  $R$  уменьшается. Радиусы оболочки в начальный момент времени  $t = 0$  обозначим через  $r_0$  и  $R_0$ . Будем считать, что напряженное состояние в теле определяется известным решением классической задачи Ламе для толстостенной сферы.

Согласно [3], зависимость скоростей коррозии от напряжений выражается следующими формулами:

$$v_r = dr/dt = [a_r + m_r \sigma(r)] \exp(-bt), \quad (1)$$

$$v_R = -dR/dt = [a_R + m_R \sigma(R)] \exp(-bt). \quad (2)$$

Здесь  $b$ ,  $a_r$ ,  $a_R$ ,  $m_r$  и  $m_R$  — постоянные, определяемые опытным путем;  $\sigma$  — эквивалентное напряжение (в качестве которого может быть выбран один из инвариантов тензора напряжений) на соответствующей поверхности. Отметим, что знак постоянных  $m_r$  и  $m_R$  совпадает со знаком соответствующего эквивалентного напряжения:  $\text{sign } m_r = \text{sign } \sigma(r)$ ,  $\text{sign } m_R = \text{sign } \sigma(R)$ . Экспоненциальный множитель отражает процесс затухания коррозии со временем при образовании плотной оксидной пленки.

Будем рассматривать две модели двустороннего механохимического износа сферического элемента, различающиеся выбором эквивалентного напряжения. В первой модели как эквивалентное напряжение используется интенсивность напряжений  $\sigma_i$ :

$$\sigma(r) = \sigma_i(r) = \frac{3 |\Delta p| R^3}{2(R^3 - r^3)}, \quad \sigma(R) = \sigma_i(R) = \frac{3 |\Delta p| r^3}{2(R^3 - r^3)}, \quad (3)$$

где  $\Delta p = p_r - p_R$ ; во второй модели — максимальное нормальное напряжение  $\sigma_1$ :

$$\sigma(r) = \sigma_1(r) = \frac{2p_r r^3 + (p_r - 3p_R)R^3}{2(R^3 - r^3)}, \quad \sigma(R) = \sigma_1(R) = \frac{(3p_r - p_R)r^3 - 2p_R R^3}{2(R^3 - r^3)}. \quad (4)$$

Необходимо провести сравнительный анализ указанных моделей, изучить их чувствительность к изменению гидростатического давления и определить, какой из предложенных инвариантов напряжений целесообразнее применять в качестве эквивалентного напряжения в различных ситуациях. На основе наиболее оптимальной модели требуется исследовать влияние гидростатического давления на прогнозируемую долговечность изделия.

**3. Сравнение моделей.** На первый взгляд кажется, что представленные модели могут быть сведены одна к другой. Например, при  $p_r > p_R$  в любой момент времени имеют место соотношения

$$\sigma_1(r) = \sigma_i(r) - p_r, \quad \sigma_1(R) = \sigma_i(R) - p_R. \quad (5)$$

Такие зависимости приводят к следующей связи между постоянными  $a_r$  и  $a_R$  из уравнений (1) и (2), применяемыми в исследуемых моделях:

$$a_r^i = a_r^1 - m_r p_r, \quad a_R^i = a_R^1 - m_R p_R. \quad (6)$$

Здесь постоянные с верхним индексом « $i$ » соответствуют модели с интенсивностью напряжений в качестве эквивалентного напряжения, а с индексом « $1$ » — модели,

в которой используется максимальное нормальное напряжение. Кроме того, разные модели отличаются относительным распределением напряжений по сечению оболочки, что также сказывается на разнице результатов. Тем не менее, с помощью замены некоторых физических постоянных можно осуществить формальный переход от одних уравнений к другим. Однако компактные зависимости (5) справедливы только для «идеальной» задачи Ламе для сферы и именно при  $p_r > p_R$ . В общем случае данные уравнения не применимы, а поэтому такой переход от  $\sigma = \sigma_i$  к  $\sigma = \sigma_1$  возможен не всегда.

Здесь также важно отметить следующее обстоятельство. Физический смысл постоянных  $a_r$  и  $a_R$  — значения скоростей коррозии ненапряженного и еще неокисленного металла (или, в общем случае, это приведенные начальные скорости коррозии с учетом пороговых напряжений), которые суть характеристики системы металл–среда и никак не связаны с приложенной механической нагрузкой [3]. Согласно [17], скорость коррозии зависит от давления окружающей среды не напрямую, а лишь опосредовано: через изменение напряженного состояния тела. Поэтому использование зависимостей (6), с физической точки зрения, не имеет смысла. Все необходимые постоянные  $a_r$ ,  $a_R$ ,  $m_r$  и  $m_R$  определяются опытным путем для каждого эквивалентного напряжения отдельно [3]. В то же время, если различия между постоянными  $a_r^i$ ,  $a_R^i$  и  $a_r^1$ ,  $a_R^1$  как-то оправданы с математической точки зрения, то в рамках решаемой задачи не ясно, чем обусловлены различия между постоянными  $m_r^i$ ,  $m_R^i$  и  $m_r^1$ ,  $m_R^1$ , обнаруженные при обработке экспериментальных данных. Действительно, переход от одной математической модели к другой возможен только при равенстве коэффициентов  $m_r^i = m_r^1 = m_r$  и  $m_R^i = m_R^1 = m_R$ . Тем не менее, при разработке математической модели мы должны полагаться на имеющиеся экспериментальные данные, хотя возможности экспериментов весьма ограничены. Экспериментальные исследования поведения материалов в агрессивных средах проводились над образцами в виде пластин и стержней при их изгибе, растяжении и кручении. При этом было обнаружено, что коэффициент корреляции, полученный при обработке экспериментальных данных с использованием (1) и (2), при  $\sigma = \sigma_1$  примерно на 5% выше, чем для  $\sigma = \sigma_i$ , — и именно при сложном напряженном состоянии. Более того, коэффициент корреляции для  $\sigma = \sigma_1$  оказался наивысшим по сравнению со всеми рассмотренными вариантами эквивалентного напряжения [3]. Таким образом, несмотря на возможность в некоторых частных случаях чисто формального перехода от одной математической модели к другой, с точки зрения экспериментаторов [3], оптимальнее применять модель при  $\sigma = \sigma_1$ , т. е. выбирать за основу числовые параметры именно такой модели. Внести ясность в эти «тонкие» вопросы с позиций термодинамики до сих пор не удалось. Поскольку параметры моделей зависят не только от текущих значений физических характеристик системы металл–среда и ее химического состава, но даже от условий изготовления и обработки образца, учесть все эти факторы в единой модели пока не представляется возможным.

Другой аспект выбора эквивалентного напряжения связан с критерием разрушения. Для оценки долговечности удобно, когда эффективные напряжения в модели коррозионного износа и в критерии прочности совпадают. Применение интенсивности напряжений в качестве эквивалентного напряжения оправдано, например, для упругопластических материалов [11], где используется условие текучести Мизеса. Тем не менее из соотношений (5) следует, что энергетический критерий легко применять и в том случае, когда задача решается в терминах максимального нормального напряжения. Именно такой метод был реализован в [10] для полого цилиндра. Кроме

того, при максимальном нормальном напряжении становится возможным оценивать не только прочность материала, но и устойчивость формы оболочки.

Необходимо также учитывать, что различные инварианты напряжений в разнообразных телах по-разному отражают изменение напряженного состояния тела, вызванное разными видами нагрузки. В данной работе исследуется влияние гидростатического давления на долговечность линейно-упругой замкнутой оболочки (сферический элемент может быть одной из составляющих большой оболочечной конструкции). Как видно из (3), в сферическом элементе интенсивность напряжений зависит лишь от модуля разности давлений  $|\Delta p| = |p_r - p_R|$ , а не от самих значений  $p_r$  и  $p_R$  как таковых. Если материал строго подчиняется условию Мизеса при переходе в пластическое состояние, то, действительно, повышение внутреннего и внешнего давления при сохранении  $|\Delta p|$  постоянным не приведет к изменению долговечности сосуда. Для хрупких же материалов часто используют прочностной критерий максимального нормального напряжения, который в изучаемом случае чувствителен к изменению давления даже при  $|\Delta p| = \text{const}$ . В рамках модели при  $\sigma = \sigma_1$  интересно проверить, насколько существенно изменение долговечности сферического элемента при изменении гидростатической составляющей  $p = \min\{p_r, p_R\}$ , пока  $|\Delta p|$  остается постоянным. Этот вопрос рассматривается в п. 5.

**4. Аналитические решения.** При применении интенсивности напряжений в качестве эквивалентного напряжения задача о механохимической коррозии сферы сводится к решению системы уравнений (1)–(3). Аналитическое решение этой задачи имеет вид [11]

$$t = -\frac{1}{b} \ln \left( 1 - b \frac{m_R r_0 + m_r R_0}{m_R a_r - m_r A_R} \{ \exp[(m_R a_r - m_r A_R) J(\sigma)] - 1 \} \right), \quad b \neq 0, \quad (7)$$

$$t = \frac{m_R r_0 + m_r R_0}{m_R a_r - m_r A_R} \{ \exp[(m_R a_r - m_r A_R) J(\sigma)] - 1 \}, \quad b = 0, \quad (8)$$

где

$$J(\sigma) = 2 |\Delta p| \int_{\sigma_0}^{\sigma} \left\{ [2\sigma(2\sigma - 3 |\Delta p|)]^{2/3} \left( (A_R + m_R \sigma)(2\sigma - 3 |\Delta p|)^{1/3} + (a_r + m_r \sigma)(2\sigma)^{1/3} \right) \times \right. \\ \left. \times \left( m_R(2\sigma - 3 |\Delta p|)^{1/3} + m_r(2\sigma)^{1/3} \right) \right\}^{-1} d\sigma, \\ \sigma = \sigma_i(r), \quad \sigma_0 = \frac{3 |\Delta p| R_0^3}{2(R_0^3 - r_0^3)}, \quad A_R = a_R - 3m_R \Delta p/2.$$

Для модели, использующей максимальное нормальное напряжение в качестве эквивалентного, задача сводится к решению системы уравнений (1), (2) и (4). Ее решение, приведенное в [16], также дается формулами (7) или (8), в которых, однако,

$$J(\sigma) = 2 \Delta p \int_{\sigma_0}^{\sigma} \left\{ [(2\sigma - p_r + 3p_R)(2\sigma + 2p_r)]^{2/3} \left( m_r(2\sigma + 2p_r)^{1/3} + m_R(2\sigma - p_r + 3p_R)^{1/3} \right) \times \right. \\ \left. \times \left( (A_R + m_R \sigma)(2\sigma - p_r + 3p_R)^{1/3} + (a_r + m_r \sigma)(2\sigma + 2p_r)^{1/3} \right) \right\}^{-1} d\sigma,$$

$$\sigma = \sigma_1(r), \quad \sigma_0 = \frac{2p_r r_0^3 + (p_r - 3p_R)R_0^3}{2(R_0^3 - r_0^3)}, \quad A_R = a_R - m_R \Delta p / 2.$$

**5. Примеры расчетов.** На рис. 1–3 представлены кривые  $\sigma(t)$ , построенные согласно описанным моделям. Начальные размеры сферического элемента, использованные для расчетов:  $R_0 = 100 [l_c]$  и  $r_0 = 80 [l_c]$ . Здесь и далее  $l_c$  — условные единицы измерения длины. Графики построены для различных значений  $p_r$  и  $p_R$  таких, что абсолютная величина разности давлений остается постоянной:  $|\Delta p| = |p_r - p_R| = 3 [p_c]$  ( $[p_c]$  — условные единицы измерения давления).

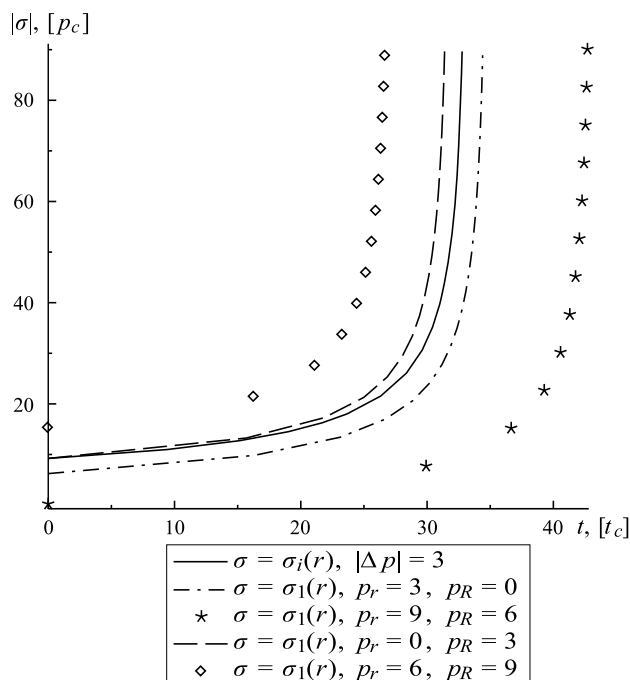


Рис. 1. Зависимость  $\sigma(t)$  от давления при  $p_r > p_R$  и  $p_r < p_R$

Как было отмечено выше, долговечность, рассчитанная при  $\sigma = \sigma_i$ , зависит лишь от модуля разности давлений  $|\Delta p|$ , а не от значений давлений  $p_r$  и  $p_R$  как таковых. Поэтому на всех рисунках различным параметрам ( $p_r$  и  $p_R$ ) соответствует только одна кривая (сплошная), построенная с использованием  $\sigma = \sigma_i$ . В то же время при  $\sigma = \sigma_1$  изменение гидростатической составляющей  $p = \min\{p_r, p_R\}$  существенно сказывается на поведении зависимостей  $\sigma(t)$ , что продемонстрировано, в частности, на рис. 1.

Из рис. 1 видно, что при увеличении гидростатического давления, если имеет место соотношение  $p_r < p_R$ , кривые, построенные при  $\sigma = \sigma_1$ , приближаются к оси ординат, что свидетельствует об уменьшении долговечности элемента. В то же время при  $p_r > p_R$  повышение  $p$ , напротив, приводит к росту долговечности (прогнозируемой в рамках этой модели), т. е. наблюдается эффект упрочнения. Здесь и далее давления  $p_r$  и  $p_R$  (в условных единицах  $p_c$ ) для каждой кривой указаны на рисунке. При построении графиков на рис. 1 были использованы следующие значения параметров:  $b = 0$ ,  $|m_r| = |m_R| = 0.008 [l_c/(t_c p_c)]$ ,  $a_r = a_R = 0.16 [l_c/(t_c p_c)]$ , где  $t_c$  — условные единицы измерения времени.

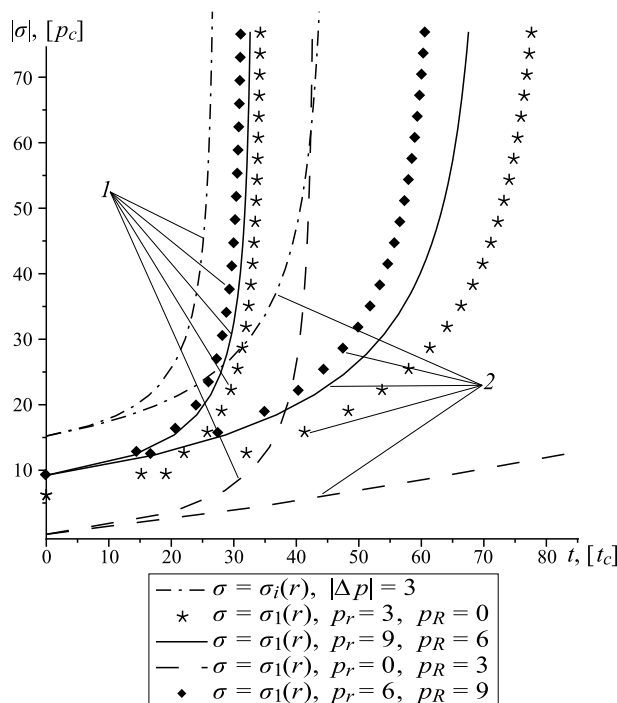


Рис. 2. Влияние коэффициента затухания  $b$  на кривые  $\sigma(t)$   
Объяснение в тексте.

Влияние показателя затухания коррозии  $b$  на поведение кривых  $\sigma(t)$  показано на рис. 2. Расчеты выполнены для таких значений кинетических характеристик коррозии:  $|m_r| = |m_R| = 0.008[l_c/(t_c p_c)]$ ,  $a_r = a_R = 0.16[l_c/(t_c p_c)]$ . Кривые 1 соответствуют показателю  $b = 0$ , кривые 2 —  $b = 0.025$ . Из рисунка видно, что с увеличением  $b$  разница между долговечностями, рассчитанными при  $\sigma = \sigma_i$  и  $\sigma = \sigma_1$ , возрастает. Кроме того, при ненулевом показателе затухания коррозии  $b$  наибольшая разница в результатах, прогнозируемых в соответствии с разными моделями, наблюдается при завершении формирования плотной пленки окислов. Геометрически завершение процесса пассивации отражается выходом кривых  $\sigma(t)$  на горизонтальные асимптоты. Например, пунктирная кривая 2 на рис. 2 уже дошла до точки перегиба и за пределами графика стремится к значению, приблизительно равному  $13 [p_c]$ .

Влияние кинетических параметров  $a$  и  $m$  на напряженное состояние сферического элемента, рассчитанное согласно описанным моделям, показано на рис. 3. При построении графиков на рис. 3, I были использованы следующие постоянные:  $a_r = a_R = 0.16[l_c/(t_c p_c)]$ ,  $b = 0.021$ ,  $|m_r| = |m_R| = 0.008[l_c/(t_c p_c)]$  для кривых 1 и  $|m_r| = |m_R| = 0.003[l_c/(t_c p_c)]$  для кривых 2. На рис. 3, II:  $|m_r| = |m_R| = 0.008[l_c/(t_c p_c)]$ ,  $b = 0.021$ ,  $a_r = a_R = 0.16[l_c/(t_c p_c)]$  для кривых 1 и  $a_r = a_R = 0.121[l_c/(t_c p_c)]$  для кривых 2. Из рис. 3 видно, что уменьшение значений  $a$  и  $|m|$  приводит к росту прогнозируемой долговечности оболочки в обеих моделях. Причем при  $b = 0$  изменение кинетических параметров  $a$  и  $m$  в обеих моделях отражается практически одинаково.

Таким образом, из анализа расчетов, проведенных при  $\sigma = \sigma_1$ , следует, что повышение гидростатической составляющей  $p = \min\{p_r, p_R\}$  при  $|\Delta p| = \text{const}$  может привести как к росту, так и к снижению долговечности изделия (в зависимости от знака

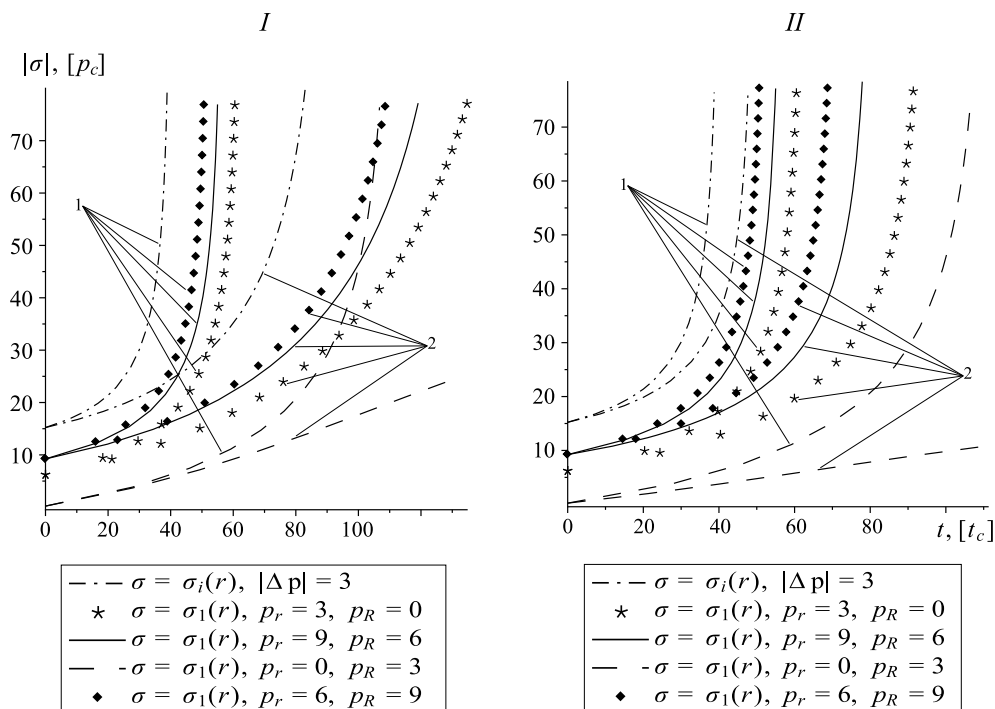


Рис. 3. Влияние параметров  $m$  (I) и  $a$  (II) на кривые  $\sigma(t)$

Объяснение в тексте.

$\Delta p$ ) на десятки (и даже сотни — при  $b \neq 0$ ) процентов. Модель, использующая  $\sigma = \sigma_i$ , не отражает отмеченного эффекта.

Добавим, что задачи, обладающие сферической или цилиндрической симметрией, часто допускают возможность построения точных или приближенных аналитических решений [18–20], так как практически являются одномерными (см., например, [21]). При нарушении симметрии и появлении физической или геометрической нелинейности в постановке задачи приходится прибегать к численным методам [22–25]. Заметим также, что возникновение коррозионных каверн, трещин или питтингов в процессе эксплуатации приводит к существенному изменению напряженного состояния изделий в их окрестности [26–28], что следует учитывать при оценке прочности. Полученные результаты полезно использовать при проектировании сосудов высокого давления, контактирующих с химически активными средами [29, 30].

**6. Заключение.** В работе проведены анализ и сравнение двух моделей механо-химической коррозии линейно-упругой толстостенной сферы. Одна из моделей в качестве эквивалентного напряжения использует интенсивность напряжений, другая — максимальное нормальное напряжение. Показано, что первая модель не учитывает влияние гидростатической составляющей  $p = \min\{p_r, p_R\}$  (при  $|\Delta p| = \text{const}$ ) на прогнозируемую долговечность сферического элемента. Вторая, напротив, отражает этот фактор влияния. Из анализа расчетов, проведенных в рамках второй модели, следует, что повышение давления при  $|\Delta p| = \text{const}$  может привести как к увеличению, так и к уменьшению долговечности изделия на десятки процентов. Причем характер



этих изменений зависит от знака разности внутреннего и внешнего давлений: увеличение гидростатического давления приводит к эффекту упрочнения, если  $p_r > p_R$ , а при  $p_r < p_R$  имеет место эффект разупрочнения. Более того, при ненулевом показателе затухания коррозии разница в результатах, прогнозируемых согласно разным моделям, может достигать сотен процентов. Таким образом, при расчетах прочности конструкций, подверженных высокому гидростатическому давлению (например, глубоководных), применение максимального нормального напряжения в качестве эквивалентного наиболее целесообразно. Кроме того, данная модель является более предпочтительной также с точки зрения наилучшего соответствия экспериментальным данным и удобства при расчете долговечности изделий по различным критериям разрушения.

## Литература

1. Gutman E. M. Mechanochemistry of solid surfaces. Singapore: World Scientific, 1994. 325 p.
2. Долинский В. М. Расчет нагруженных труб, подверженных коррозии // Хим. и нефтяное машиностроение. 1967. № 2. С. 9–10.
3. Павлов П. А., Кадырбеков Б. А., Колесников В. А. Прочность сталей в коррозионных средах. Алма-Ата: Наука, 1987. 272 с.
4. Наумова Г. А., Овчинников И. Г. Расчеты на прочность сложных стержневых систем и трубопроводных конструкций с учетом коррозионных повреждений. Саратов: Саратов. гос. техн. ун-т, 2000. 227 с.
5. Bergman R. M., Levitsky S. P., Haddad J., Gutman E. M. Stability loss of thin-walled cylindrical tubes, subjected to longitudinal compressive forces and external corrosion // Thin-Walled Structures. 2006. Vol. 44, N 7. P. 726–729.
6. Русанов А. И. Механохимия растворения: кинетический аспект // Журн. общей химии. 2007. Т. 77, вып. 4. С. 529–542.
7. Овчинников И. И., Овчинников И. Г., Занин А. А., Зеленцов Д. Г., Короткая Л. И. Проблема оптимального проектирования нагруженных конструкций, подвергающихся воздействию агрессивных сред (обзор) // Интернет-журн. Науковедение. 2012. № 4 (13). С. 97.
8. Elishakoff I., Ghyselinck G., Miglis Y. Durability of an elastic bar under tension with linear or nonlinear relationship between corrosion rate and stress // Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME. 2012. Vol. 79 (2). P. 021013.
9. Локощенко А. М., Соколов А. В. Ползучесть и длительное разрушение цилиндрической оболочки под внешним давлением в присутствии агрессивной среды // Изв. Рос. академии наук. Механика твердого тела. 2014. № 1. С. 65–76.
10. Пронина Ю. Г. Механохимическая коррозия полого цилиндра из идеального упругопластического материала под действием постоянного давления // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. Астрономия. 2006. Вып. 3. С. 121–130.
11. Пронина Ю. Г. Равномерная механохимическая коррозия полой сферы из идеального упругопластического материала под действием постоянного давления // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. Астрономия. 2009. Вып. 1. С. 113–122.
12. Pronina Y. G. Thermoelastic stress analysis for a tube under general mechanochemical corrosion conditions // Proceedings of the 4th Intern. Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering, COUPLED PROBLEMS-2011. 2011. P. 1408–1415.
13. Sedova O. S., Pronina Y. G. Taking account of hydrostatic pressure in the modeling of corrosion of thick spherical shells // Intern. Conference on Mechanics — Seventh Polyakhovs Reading, 2015. P. 7106771.
14. Танченко А. Ю., Литвиненко А. В., Чепурной А. Д., Костенко Ю. В., Ткачук Н. А. Метод прямого конечного возмущения численных моделей при исследовании динамических, жесткостных и прочностных характеристик тонкостенных элементов машиностроительных конструкций // Вестн. Брянск. гос. техн. ун-та. 2014. № 4 (44). С. 114–124.
15. Ткачук Н. Н., Чепурной А. Д., Скрипченко Н. Б., Литвиненко А. В., Ткачук Н. А. Многоуровневые модели в задаче анализа контактного взаимодействия сложнопрофильных тел: алгоритмы, реализация и анализ применимости (окончание) // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. 2014. № 8. С. 6–8.
16. Sedova O. S., Pronina Y. G. Generalization of the Lamé problem for three-stage decelerated corrosion process of an elastic hollow sphere // Mechanics Research Communications. 2015. Vol. 65. P. 30–34.

17. Yang Y., Zhang T., Shao Y., Meng G., Wang F. New understanding of the effect of hydrostatic pressure on the corrosion of Ni–Cr–Mo–V high strength steel // *Corrosion Science*. 2013. Vol. 73. P. 250–261.

18. Гасратова Н. А., Шамина В. А. Об одном подходе к решению осесимметричных задач линейной теории упругости // *Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. Астрономия*. 2007. Вып. 2. С. 101–106.

19. Voronkova E. B., Eriksson A., Bauer S. M. Nonclassical theories of shells in application to soft biological tissues // *Advanced Structured Materials*. 2011. Vol. 15. P. 647–654.

20. Гасратова Н. А. Решение некоторых классических пространственных задач теории упругости в напряжениях // *Молодой ученый*. 2014. № 3 (62). С. 1–6.

21. Жукова И. В., Колпак Е. П. Математические модели злокачественной опухоли // *Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления*. 2014. Вып. 3. С. 5–18.

22. Мальков В. М., Кабриц С. А., Мансурова С. Е. Математическое моделирование нелинейной деформации эластомерного слоя // *Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления*. 2011. Вып. 3. С. 56–63.

23. Кабриц С. А., Шамина В. А. Изгиб оболочки вращения поперечной силой и моментом // *Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. Астрономия*. 2014. Вып. 2. С. 261–270.

24. Колпак Е. П., Мальцева Л. С. Большие деформации резиновых мембран // *Молодой ученый*. 2014. № 16. С. 78–84.

25. Колпак Е. П., Мальцева Л. С. Круглая плоская мембрана при больших деформациях // *Приволжск. науч. вестн.* 2014. № 11–1 (39). С. 5–10.

26. Греков М. А., Костырко С. А. Пленочное покрытие на шероховатой поверхности упругого тела // *Прикладная математика и механика*. 2013. Т. 77, № 1. С. 113–128.

27. Мальков В. М., Малькова Ю. В., Степанова В. А. Двухкомпонентная плоскость из материала Джона с межфазной трещиной, нагруженной давлением // *Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. Астрономия*. 2013. Вып. 3. С. 113–125.

28. Sedova O. S. Stress distribution in the neighborhood of a corrosion pit on the outer surface of an elastic spherical shell // 2nd Intern. Conference on Emission Electronics (ICEE). Selected papers. Proceedings / eds N. V. Egorov, D. A. Ovsyannikov, E. I. Veremey. Saint Petersburg: Saint Petersburg State University, 2014. P. 78–81.

29. Павловский В. А., Чистов А. Л. Моделирование динамики заполнения резервуара реальным газом // *Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 10. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления*. 2014. Вып. 3. С. 46–57.

30. Pavlovsky V. A., Chistov A. L. Computation parameters of cargo reservoir fill-up process on cng-vessels in MATLAB // Intern. Conference on computer technologies in physical and engineering applications (ICCTPEA) / ed. E. I. Veremey. Saint Petersburg: Saint Petersburg State University; IEEE (IEEE Catalog number CFP14BDA-USB). 2014. P. 136.

## References

1. Gutman E. M. *Mechanochemistry of solid surfaces*. Singapore, World Scientific, 1994, 325 p.  
2. Dolinskiy V. M. Raschet nagruzhennykh trub, podverzhennykh korrozii [Calculations on loaded tubes exposed to corrosion]. *Khim. i neftyanoye mashinostroyeniye* [Chemical and Petroleum Engineering], 1967, no. 2, pp. 9–10. (In Russian)

3. Pavlov P. A., Kadyrbekov B. A., Kolesnikov V. A. *Prochnost' staley v korrozionnykh sredakh* [Strength of Steels in Corrosive Environments]. Alma-Ata, Nauka Publ., 1987, 272 p. (In Russian)

4. Naumova G. A., Ovchinnikov I. G. *Raschety na prochnost' slozhnykh sterzhnevnykh sistem i truboprovodnykh konstruktsiy s uchetom korrozionnykh povrezhdeniy* [Strength Calculations of Compound Frameworks and Pipeline Structures with Taking into Account Corrosion Damages]. Saratov, Saratov State Tech. University Publ., 2000, 227 p. (In Russian)

5. Bergman R. M., Levitsky S. P., Haddad J., Gutman E. M. Stability loss of thin-walled cylindrical tubes, subjected to longitudinal compressive forces and external corrosion. *Thin-Walled Structures*, 2006, vol. 44, no. 7, pp. 726–729.

6. Rusanov A. I. Mekhanokhimiya rastvoreniya: kineticheskiy aspekt [Mechanochemistry of dissolution: kinetic aspect]. *Zhurnal obshchey khimii* [Russian Journal of General Chemistry], 2007, vol. 77, no. 4, pp. 529–542. (In Russian)

7. Ovchinnikov I. I., Ovchinnikov I. G., Zanin A. A., Zelentsov D. G., Korotkaya L. I. Problema optimal'nogo proyektirovaniya nagruzhennykh konstruktsiy, podvergayushchikhsya vozdeystviyu agressivnykh sred (obzor) [Problem of optimum design of the loaded constructions which are exposed to influence

of aggressive environments (review)]. *Internet-zhurnal Naukovedeniye* [On-line Journal Naukovedenie], 2012, no. 4 (13), p. 97. (In Russian)

8. Elishakoff I., Ghyselincx G., Miglis Y. Durability of an elastic bar under tension with linear or nonlinear relationship between corrosion rate and stress. *Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME*, 2012, vol. 79 (2), p. 21013.

9. Lokoshchenko A. M., Sokolov A. V. Polzuchest' i dlitel'noye razrusheniye tsilindricheskoy obolochki pod vneshnim davleniyem v prisutstvii agressivnoy sredy [Creep and long-time fracture of a cylindrical shell under external pressure in the presence of an aggressive medium]. *Izv. Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela* [Proc. of the Russian Academy of science. Mechanics of Solids], 2014, no. 1, pp. 65–76. (In Russian)

10. Pronina Yu. G. Mekhanokhimicheskaya korrozziya pologo tsilindra iz ideal'nogo uprugoplasticheskogo materiala pod deystviyem postoyannogo davleniya [Mechanochemical corrosion of an ideal elasto-plastic quill cylinder under the constant pressure]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 1. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2006, issue 3, pp. 121–130. (In Russian)

11. Pronina Yu. G. Ravnomernaya mekhanokhimicheskaya korrozziya poloy sfery iz ideal'nogo uprugoplasticheskogo materiala pod deystviyem postoyannogo davleniya [Equal mechanochemical corrosion of an ideal elasto-plastic hollow sphere under constant pressure]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 1. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2009, issue 1, pp. 113–122. (In Russian)

12. Pronina Y. G. Thermoelastic stress analysis for a tube under general mechanochemical corrosion conditions. *Proceedings of the 4th Intern. Conference on Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering, COUPLED PROBLEMS–2011*, 2011, pp. 1408–1415.

13. Sedova O. S., Pronina Y. G. Taking account of hydrostatic pressure in the modeling of corrosion of thick spherical shells. *Proceedings of Intern. Conference on Mechanics — Seventh Polyakhovs Reading*, 2015, p. 7106771.

14. Tanchenko A. Yu., Litvinenko A. V., Chepurnoy A. D., Kostenko Yu. V., Tkachuk N. A. Metod pryamogo konechnogo vozmushcheniya chislennykh modeley pri issledovanii dinamicheskikh, zhestkostnykh i prochnostnykh kharakteristik tonkostennykh elementov mashinostroitel'nykh konstruktсий. *Vestnik of Bryansk State Technical University*, 2014, vol. 4 (44), pp. 114–124. (In Russian)

15. Tkachuk N. N., Chepurnoy A. D., Skripchenko N. B., Litvinenko A. V., Tkachuk N. A. Mnogourovnevyye modeli v zadache analiza kontaktnogo vzaimodeystviya slozhnoprofil'nykh tel: algoritmy, realizatsiya i analiz primenimosti (okonchaniye) [Multilevel Models Applied for the Analysis of the Contact Interaction of Geometrically-Complex Bodies: Algorithms, Implementation and Applicability Analysis (final part)]. *Kuznechno-shtampovochnoye proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniyem* [Forging and Stamping Production. Material Working by Pressure], 2014, no. 8, pp. 6–8. (In Russian)

16. Sedova O. S., Pronina Y. G. Generalization of the Lamé problem for three-stage decelerated corrosion process of an elastic hollow sphere. *Mechanics Research Communications*, 2015, vol. 65, pp. 30–34.

17. Yang Y., Zhang T., Shao Y., Meng G., Wang F. New understanding of the effect of hydrostatic pressure on the corrosion of Ni–Cr–Mo–V high strength steel. *Corrosion Science*, 2013, vol. 73, pp. 250–261.

18. Gasratova N. A., Shamina V. A. Ob odnom podkhode k resheniyu osesimmetrichnykh zadach lineynoy teorii uprugosti [On a certain approach for solving the axisymmetric problem of linear elasticity theory]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 1. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2007, issue 2, pp. 101–106. (In Russian)

19. Voronkova E. B., Eriksson A., Bauer S. M. Nonclassical theories of shells in application to soft biological tissues. *Advanced Structured Materials*, 2011, vol. 15, pp. 647–654.

20. Gasratova N. A. Resheniye nekotorykh klassicheskikh prostranstvennykh zadach teorii uprugosti v napryazheniyakh [Solution of Some Classic Three-Dimensional Problems of Elasticity Theory]. *Molodoy uchenyy* [Young Scientist], 2014, no. 3 (62), pp. 1–6. (In Russian)

21. Zhukova I. V., Kolpak E. P. Matematicheskiye modeli zlokachestvennoy opukholi [Mathematical models of malignant tumour]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 10. Applied mathematics. Computer science. Control processes*, 2014, issue 3, pp. 5–18. (In Russian)

22. Mal'kov V. M., Kabrits S. A., Mansurova S. E. Matematicheskoye modelirovaniye nelineynoy deformatsii elastomernogo sloya [Mathematic modeling of nonlinear deformation elastomeric layer]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 10. Applied mathematics. Computer science. Control processes*, 2011, issue 3, pp. 56–63. (In Russian)

23. Kabrits S. A., Shamina V. A. Izgib obolochki vrashcheniya poperechnoy siloy i momentom [Bending shell of revolution by transverse force and moment]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 1. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2014, issue 2, pp. 261–270. (In Russian)

24. Kolpak E. P., Mal'tseva L. S. Bol'shiye deformatsii rezinovykh membran [Large Deformation Rubber Membrane]. *Molodoy uchenyy* [Young Scientist], 2014, no. 16, pp. 78–84. (In Russian)

25. Kolpak E. P., Mal'tseva L. S. Kruglaya ploskaya membrana pri bol'shikh deformatsiyakh [Circle flat membrane for large deformations]. *Privolzhskiy nauchnyy vestnik [Scientific and Practical Journal Volga Scientific Bulletin]*, 2014, no. 11–1 (39), pp. 5–10. (In Russian)
26. Grekov M. A., Kostyrko S. A. Plenochnoye pokrytiye na sherokhovatoy poverkhnosti uprugogo tela [A film coating on a rough surface of an elastic body]. *Prikladnaya matematika i mekhanika [Applied Mathematics and Mechanics]*, 2013, vol. 77, issue 1, pp. 113–128. (In Russian)
27. Mal'kov V. M., Mal'kova Yu. V., Stepanova V. A. Dvukhkompnentnaya ploskost' iz materiala Dzhona s mezhfaznoy treshchinoy, nagruzhennoy davleniyem [Bi-material plane of John's material with interface crack loaded by pressure]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 1. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 2013, issue 3, pp. 113–125. (In Russian)
28. Sedova O. S. Stress distribution in the neighborhood of a corrosion pit on the outer surface of an elastic spherical shell. *Proceedings of 2nd Intern. Conference on Emission Electronics (ICEE). Selected papers*. Eds N. V. Egorov, D. A. Ovsyannikov, E. I. Veremey. Saint Petersburg, Saint Petersburg State University Publ., 2014, pp. 78–81.
29. Pavlovskiy V. A., Chistov A. L. Modelirovaniye dinamiki zapolneniya rezervuara real'nyim gazom [Modelling of real gas tank fill-up dynamics]. *Vestnik of Saint Petersburg University. Series 10. Applied mathematics. Computer science. Control processes*, 2014, issue 3, pp. 46–57. (In Russian)
30. Pavlovsky V. A., Chistov A. L. Computation parameters of cargo reservoir fill-up process on cng-vessels in MATLAB. *Proceedings of Intern. conference on computer technologies in physical and engineering applications (ICCTPEA)*. Ed. E. I. Veremey. Saint Petersburg, Saint Petersburg State University; IEEE (IEEE Catalog number CFP14BDA-USB), 2014, p. 136.

Статья рекомендована к печати проф. Л. А. Петросяном.

Статья поступила в редакцию 14 октября 2015 г.

Статья принята к печати 25 февраля 2016 г.